（課題）

半径 64mm の円に内接する正五角形、１辺の長さ 58mm の正五角形、半径 64mm の円に内接する正六角形をかけ

・作図に用いた線・円・円弧は**細線**　、多角形は極太実線

・A3 ケント紙１枚・横使いでレイアウト

・表右下隅に学籍番号・名前を文字高さ 10mm のレタリングで記す

次週の持ち物：製図道具、ケント紙２枚

1.2 平面図形の作図とその性質

ここでは，平面図形の表わし方，定規とコンパスによる作図法，および基本的な平面図形の性質を紹介する．

1.2.1 点

点の位置を示す方法は，2直線の交点で指示するのが基本である．長い直線上の点は，それに交わる短いクロス線で，独立の点は小さな十字線で示す．また，点の位置を中心とする小さな図形，たとえば直径2〜3 mmの円とか，正方形，正3角形などでも示す．グラフなど多くの種類の点を重ねて示すときには，同一種類の点の表示を統一し(たとえば白丸)，別種の点は表示を変える(たとえば黒丸)(図1.2.1)．

1.2.2 直線図形

(a) 直　　線

(i) 線分の2等分

(1) 両端を中心として等しい半径で円弧を描き，その交点を結ぶ(図1.2.2(a))．

(2) コンパスに目分量で半分の長さをとり，両端を中心に線上に目盛ると，当然一致しない．この誤差の半分を加減して再度試みると，ほとんど中点に近いマークが得られるから，その中央をもって中点とする．この方法は幾何学的な正確な方法ではないが，実用的にはよい精度が得られる(図1.2.2(b))．

(3) 丁定規を直線に合わせられるときは，3角定規を使って両端から等しい角度(図では45°)の直線を引き，その交点(C)を求め，そこから垂線を(3角定規を使って)下ろせば中点である(図1.2.2(c))．

(ii) 線分の n 等分・比例分割

(1) 1端点(A)から，直線と30°〜45°をなす直線を引く．その上に，ものさしで等間隔の点を n 個目盛る．その最後の点(C)と直線の他端(B)とを結び，AC上の等間隔点からBCに平行線を引けば，原直線ABが n 等分さ

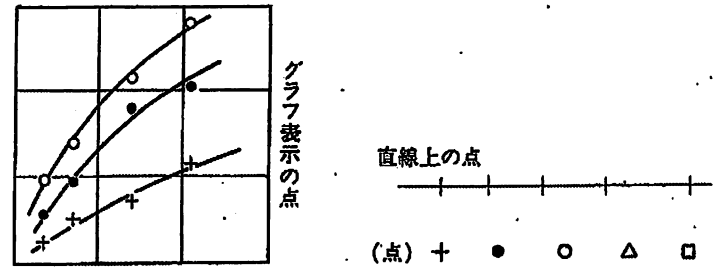
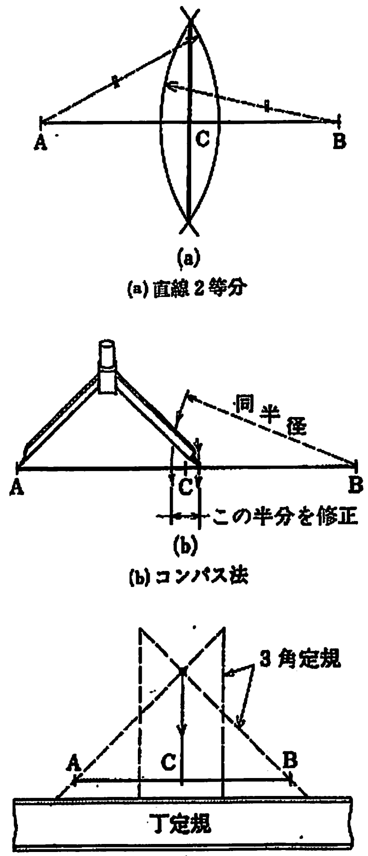
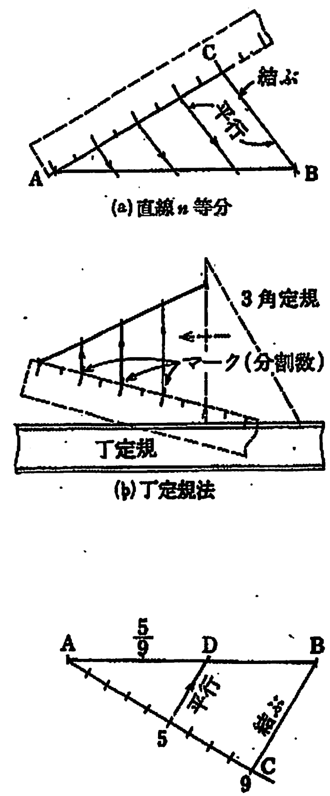


図1.2.1 点の表示



(a)
(a) 直線2等分
(b)
(b) コンパス法
(c)
(c) 3角定規法
図1.2.2 線分の2等分

二等辺三角形



(a) 直線 n 等分
(b) 丁定規法
(c) 比例分割
図1.2.3 線分の等分割

相似

2

れる(図1.2.3(a))．

丁定規が利用できるときは，この最後の平行線群が垂直になるように，図1.2.3(b)に示すような方法で，ものさし上のn等間隔点がちょうどその垂直線上にくるようにACをとって作図するとよい．

(2) 上の場合のACを$m:n$にものさしからとって分割すれば，AB上の$m:n$分割点が求められる(図1.2.3(c))．

(iii) 黄金比分割 $AB^2 = AC \cdot BC$

直線上に点列A，B，Cのあるとき，AB：BC＝AC：ABであれば，点BをACの黄金比分割点であるという．そして，ABとBCを2辺にもつ長方形は黄金比長方形とよばれ，最も調和のとれた形であるといわれている(図1.2.4(a))．

ここで，$AC = l$，$AB = \phi \cdot l$とすると，$AB^2 = AC \cdot (AC - AB)$であるから，$\phi^2 = 1 - \phi$すなわち$\phi^2 + \phi - 1 = 0$，$\phi = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618\cdots$となる．

この比の作図は，図1.2.4(b)に示すように，$DE = 1$を長辺とし，$EF = \dfrac{1}{2}$を短辺とする長方形をつくり，対角線DF上に$FH = FE$に点Hをとると，$DF = \sqrt{5}/2$，$FE = 1/2$であるから$DH = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} = \phi$となる．

DE上に$DI = DH$にとれば，IがDEの黄金比分割点となる．

また，$DE/DH = 1/\phi = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.618\cdots$でありこの比は，正5角形の対角線と1辺の長さの比であることに注意しておく(図1.2.4(c))．

(iv) 平　行　線

(1) 3角定規2枚を用いる方法は前に述べた(図1.1.8)．

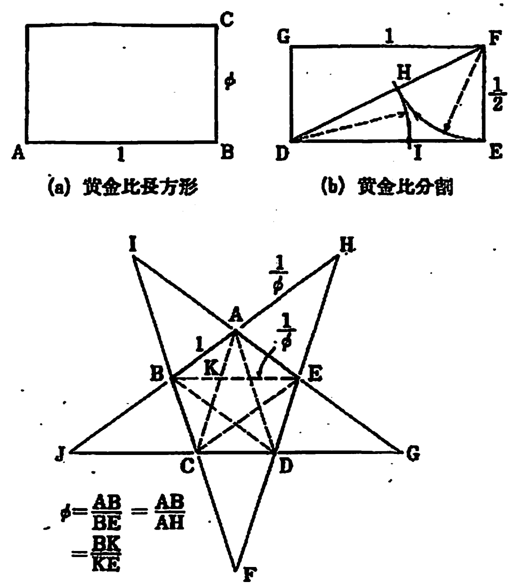
(2) 直線ABに平行な直線を，点Pを通って引くには，図1.2.5(a)のように，AB上に点Qをとり，Qを中心に$\overline{QP}$の半径で直線ABを点Rで切る．Pを中心に同半径の弧を描き，その上に$\overline{QS} = \overline{PR}$の点Sをとれば，PSはABに平行である．

(3) 直線ABから，距離d離れた平行線を引くには，図1.2.5(b)のようにAB上の2点(C, D)を中心に半径dの円弧を描き，その共通接線(EF)を引けば，EFはABに平行で距離はdである．

(v) 垂　　線

(1) 3角定規2枚を用いる垂線の引き方は前に述べた(図1.1.9)．

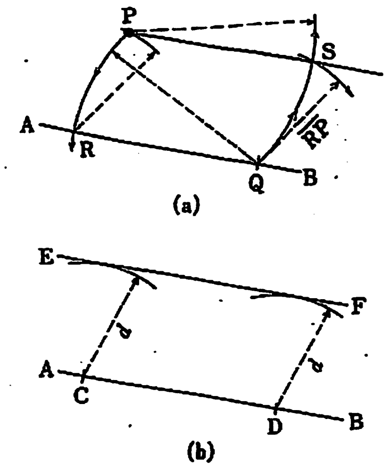
(2) 直線の外の点Pから垂線を下ろすには，図1.2.6(a)のように，Pから斜線PQを引き(QはAB上)，PQを直径とする円を描く．この円とABの交点(Q以外の)が垂線の足である．



(a) 黄金比長方形　(b) 黄金比分割

(c) 正5角形と黄金比

図1.2.4　黄金比分割

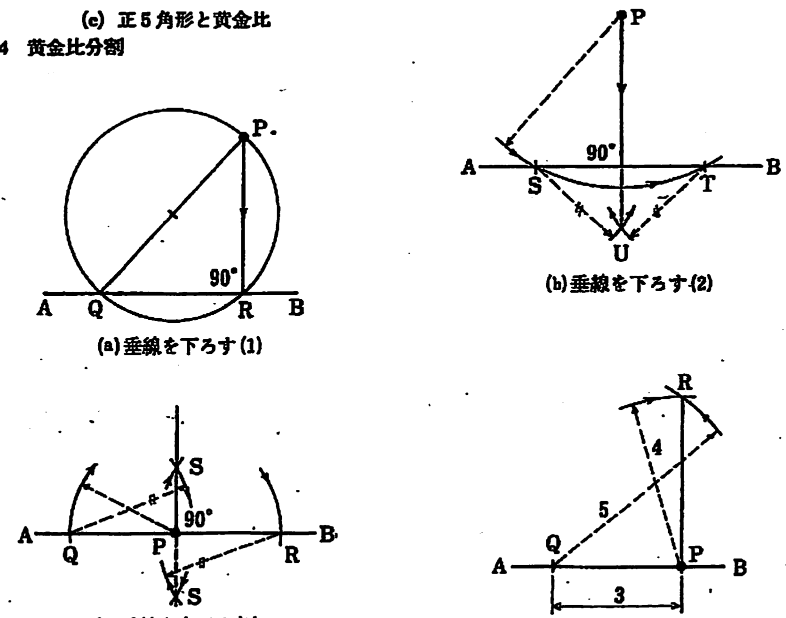


(a)

(b)

図1.2.5　平行線

勾配定規



(a)垂線を下ろす(1)

(b)垂線を下ろす(2)

(c)垂線を立てる(1)

(d)垂線を立てる(2)

図1.2.6　垂線

3

また，別法として，Pを中心にABを切る円を描き(図1.2.6(b))，その交点(S, T)を中心にして，同じ半径の円弧を描くと，それらの交点(U)とPとを結ぶ直線が，ABへの垂線となる．

(3) 直線の上にある点Pから垂線を立てるには，PからAB上両側に等しい距離の点(Q, R)をとり，それらを中心に同じ半径の円弧を描く．その弧の交点(S, S)を結ぶ直線SPSはABへの垂線である(図1.2.6(c))．

また，別法として，図1.2.6(d)のように，PからAB上に3(cm)の点Qをとり，Pを中心とする半径4(cm)の円と，Qを中心とする半径5(cm)の円との交点Rをとれば，PRはABへの垂線である．

(b) 平 面 角

(1) 角度数値で与えられた平面角を図示するには，その角度に対応する，tan，sin，chord($2\times\sin\alpha/2$)の数値を座標として角を作図する(図1.2.7)．

(2) 与えられた角を他の位置に移すときは，角の頂点(A, A')を中心に同半径の弧を描き，その上にchord(BC)を移す(B'C')(図1.2.8)．

(3) 角を2等分するには，図1.2.9(a)のように，頂点(A)を中心とする円弧で辺を等長に切り(B, C)，その点を中心として同じ半径の円弧を描きその交点をDとすると，ADが角の2等分線である．

また，別法として，図1.2.9(b)のように，1辺ABを逆に延長してAB＝AEにとり，CとEとを結んで，AからECに平行線AFを引けば，AFは角の2等分線となる．

(4) 角をn等分するには，頂点Aを中心とする円弧を描き，これが角で切りとられる部分を，試行錯誤によって，コンパスでn等分する方法が実際的であり，十分の精度が得られる(図1.2.10)．

角のn等分の正確な幾何学的方法は(90°の3等分を除き)ないけれども，近似的には，図1.2.11に示すような方法がある．まず，頂点Aを中心とする半円を描き，1辺ABの逆方向延長との交点をDとする．つぎに，BとDを中心に，半径$\overline{BD}$の円弧を描き，Cの逆方向の交点Eを定める．EとCを結び，ABとの交点をFとする．BFをn等分(図では3等分)し，その等分点とEとを結ぶ直線が最初のAを中心とする半円と交わる点G，H…を定めると，AG，AH……が角のn等分線となる．

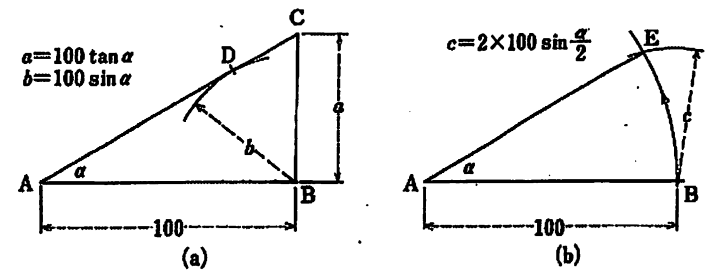


図1.2.7　平面角

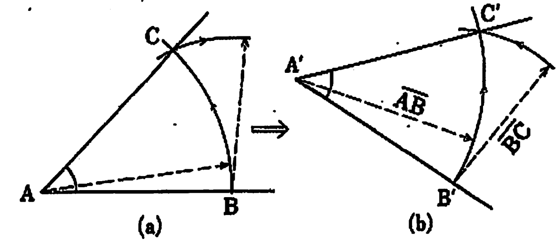


図1.2.8　角の移動

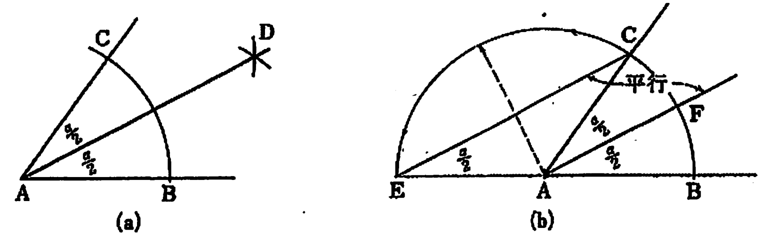


図1.2.9　角の2等分

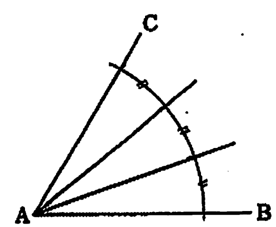


図1.2.10　角のn等分(コンパス法)

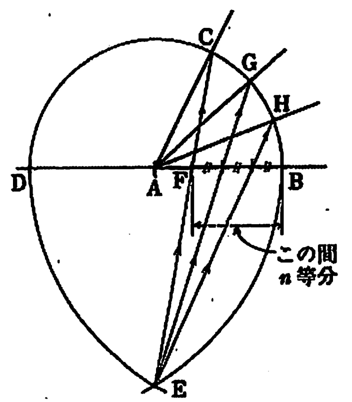


図1.2.11　角のn等分(近似作図)

4

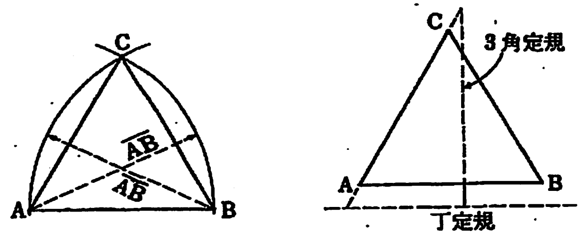
(c) 多　角　形

(i) 正多角形

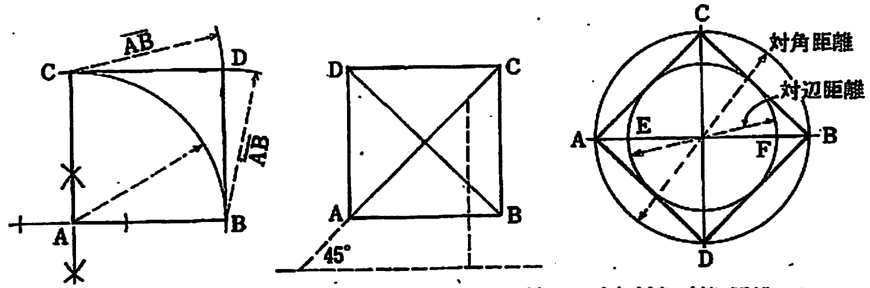
定規とコンパスで作図できる正多角形は，正３角形，正４角形，正５角形とその 2^n 倍の角をもつ正多角形(たとえば正６角形，正８角形など)とするのが一般である．

しかし，ガウス(C. F. Gauss)によると，$2^{2^i}+1$ で表わされる素数の辺をもつ正多角形は作図が可能であると証明されていて，現に，$i=2$ の正 17 角形の作図は試みられている．

(1) 正３角形と正４角形とは，コンパスで 60°，90° が作図できるので簡単である．また，３角定規の 45°，60° を利用して描くこともできる(図 1.2.12)．



(a) 一辺から　　(b) ３角定規法



(c) 一辺から　　(d) 一辺から(３角定規法)　　(e) 対角，対辺距離から

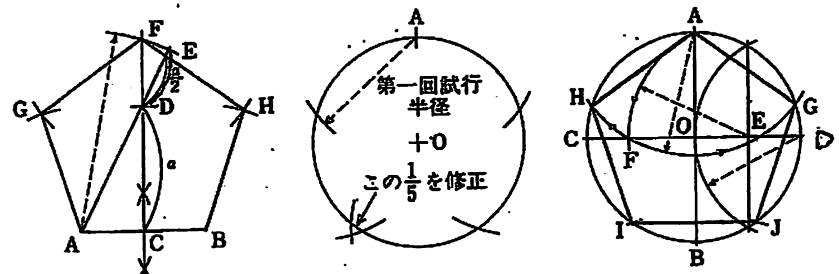
図 1.2.12　正３角形・正４角形

(2) 正５角形の１辺の長さ a が定まっているとき，作図は，図 1.2.13(a) のように，１辺を AB とおき，AB の中点 C で垂線を立て，CD = AB = a にとる．AD を結んで延長し，D から先に DE = $a/2$ をとると AE = $(\sqrt{5}+1)a/2$ となって，正５角形の対角線の長さである．CD の延長と，A を中心，半径 AE の弧との交点 F は，正５角形の頂点の１つとなる．A，B，F をそれぞれ中心として，半径 a の弧を描いて，その交点を求めると，正５角形の頂点が定まる．

(3) 正５角形の外接円が定まっているとき，図 1.2.13(b) のように外接円をコンパスで直接５等分していく方法は，何回かの試行錯誤が必要ではあるものの，実用的な方法である．

幾何学的な作図としては，図 1.2.13(c) のように，１頂点 A を決め，A を通る直径 AB とそれに直交する直径 CD を引く．OD の中点 E を中心にして半径 AE の弧を描き CD との交点を F とし，AF を半径とする弧で外接円を切る(G, F)と，G，H は正５角形の頂点である．

(4) 正６角形は，外接円の円周を，半径の長さの弦で区切っていけばよい(図 1.2.14)．対辺の距離を知って作図するときは，３角定規の 30° を利用する方法が便利である(図 1.2.14(b))．

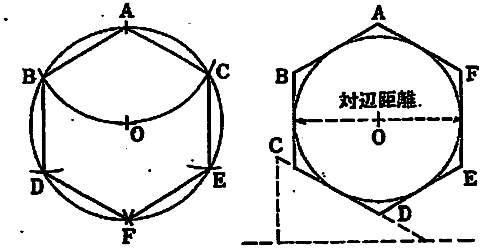


CD=AB, DE=$\frac{1}{2}$AB

AE=$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$AB

(a) 一辺から　　(b) 外接円から　　(c) 外接円から

図 1.2.13　正５角形．



(a) 外接円から　　(b) 対辺距離から

図 1.2.14　正６角形

$\frac{a}{2}+\sqrt{a^2+(\frac{a}{2})^2}$

$=\frac{a}{2}+\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}$

$=\frac{a+\sqrt{5a^2}}{2}=a\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

5