付録 8　平面架構（静定・不静定）の判別式の誘導

式(4.1)を再掲する。

平面架構の判別式：　$f=m+r+\sum j-2n$　　(4.1)

f：不静定次数（$f<0$ で不安定，$f=0$ で静定，$f=i>0$ で i 次の不静定）

m：全部材数

r：全反力数

j：各剛接節点に**剛接されている**部材数より 1 を減じたもの。

n：全節点数（支点，自由端を含める）

式(4.1)は以下のようにして誘導することができる。

まず部材を，両端が剛に接合された部材（部材数を m_r 個とする），1 端剛他端ピンの部材（m_{rp} 個），両端ピンの部材（m_p 個）に分類する。$m=m_r+m_{rp}+m_p$ である。両端剛の部材では，材端応力の数は 1 端につき X 方向と Y 方向の応力，および曲げモーメントの計 3 個であり，両端を考えたときには 6 個となる。1 端剛他端ピン材で 5 個，両端ピン材で 4 個である。架構を解く場合には，これらの材端応力と支点の反力（反力数は r）が未知数であるので，未数知の総和は，

$$6m_r+5m_{rp}+4m_p+r \qquad \text{(A 8.1)}$$

である。一方，方程式の数の方は，部材 1 個につき 3 個，剛節点で 3 個（剛節点数を n_r とする），ピン節点で 2 個（ピン節点数を n_p とする）である。したがって方程式数の総計は，

$$3(m_r+m_{rp}+m_p)+3n_r+2n_p \qquad \text{(A 8.2)}$$

である。静定の場合は，未知数の総和(A 8.1)と，方程式の総数(A 8.2)とが一致するので，$f=$(A 8.1)−(A 8.2)は 0 となる。すなわち，

$$f=0=6m_r+5m_{rp}+4m_p+r-3(m_r+m_{rp}+m_p)-3n_r-2n_p$$

となる。$n=n_r+n_p$ であり，$\sum j\equiv 2m_r+m_p-n_r$ とおき，$m=m_r+m_{rp}+m_p$ を用いて，次式を得る。

$$f=m+r+\sum j-2n \qquad \text{(4.1 前出)}$$

$2m_r+m_p$ が材端モーメントの総数，n_r が節点のモーメントのつり合い式であるので，$\sum j$ は節点のモーメントのつり合い式だけでは処理できなかった材端モーメント数である。例えば 1 つの剛接点に 3 つの部材があればその 3 つの部材の材端モーメント M_1, M_2, M_3 が未知量なのに対し，方程式は，$\sum M=0$ の 1 つしかなく，$j=2$ となる。このように j の定義として「各剛接節点に剛接されている部材数より 1 を減じたもの」が得られる。